

Бройни системи

Публикувано от **legolas** на **25.02.2010**

ДЕСЕТИЧНА БРОЙНА СИСТЕМА

Това е общоприетата бройна система - тази, в която работим (съкращението ѝ е DEC - Decimal /десетичен/). За нейното образуване се използват числата от 0 до 9. Преминването от шестнайсетична, осмична и двоична бройни системи в десетична става посредством следната формула:

$$A_q = a_n q^n + a_{n-1} q^{n-1} + \dots + a_0 q^0 + a_{-1} q^{-1} + \dots + a_m q^{-m}$$

където: q е основата (бройната система - 2, 8, 10 или 16); n - брой позиции (започват от 0, 1, 2, ...) преди десетичната запетая (ако числото е дробно); m - брой позиции (започват от 1, 2, ...) след десетичната запетая (ако числото е дробно); a - тегловен коефициент. За да стане по-ясно казаното до тук, ще разгледам няколко примера.

Числото 56_{10} (чете се числото 56 в десетична бройна система) = $5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 = 56$, където (за този пример) $q=10$; $n=1$ (5 заема нулева позиция, 6 - първа).

Числото $7F,13_{16}$ (чете се числото 7F,13 в шестнайсетична бройна система) = $7 \cdot 16^1 + F \cdot 16^0 + 1 \cdot 16^{-1} + 3 \cdot 16^{-2} = (127 + 19/256)_{10}$, където $q=16$; $n=1$; и $m=2$.

Числото $10110,1_2$ (чете се числото 10110,1 в двоична бройна система) = $1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$

$$+1.2^{-1} = 22,5_{10} \text{ (q=2; n=4; m=1).}$$

Числото 76_8 (чете се числото 76 в осмична бройна система) = $7.8^1 + 6.8^0 = 62_{10}$ (q=8; n=1; m=0).

ДВОИЧНА БРОЙНА СИСТЕМА

При тази бройна система числата се получават като поредица от нули и единици -10010. Всяка една цифра от това число е един бит, като най-старшият бит стои най-вляво на числото. Обикновено този бит (най-старшия) се взема за знаков бит при извършване на числови операции. За да стане по-ясно това погледнете следния пример:

знаков бит 9 бит 8 бит 7 бит 6 бит 5 бит 4 бит 3 бит 2 бит 1 бит 0

1 001110101 0

Двоичната бройна система се означава с BIN (Binary - двоен). Превръщането на десетично число в двоично става по следния начин:

Алгоритъм:

Делим числото на две (основата) и получаваме цяла част и остатък. Продължаваме да делим получената цяла част на основата (на две) до получаване на нулева цяла част;

Получените остатъци от деленията записваме в обратен ред на получаването им.

Пример:

Да се превърне числото 57₁₀ в двоична бройна система.

Записваме резултата обратно на получаването му: $57_{10} = 111001$

$57 : 2 = 28$	1
---------------	---

Ако числото е дробно се спазва следният алгоритъм за дробната част:

$28 : 2 = 14$	0
---------------	---

умножаваме дробната част с основата (2) и получаваме нова дробна част и цяла част.

$14 : 2 = 7$	0
--------------	---

Продължаваме да умножаваме получената дробна част по основата докато получим нова дробна част различна от нула;

$7 : 2 = 3$	1
-------------	---

Получените цели части при умножението представляват дробната част на новото число. Записват се в реда, в който са получени.

Пример:

$3 : 2 = 1$	1
-------------	---

Да се превърне числото $57,25_{10}$ в двоична бройна система.

$1 : 2 = 0$	1
-------------	---

Резултатът се записва в реда на получаването му: $57,25 = 111001,01$

	дробно число	Остатък
--	--------------	---------

$0,25 * 2 = 0,5$	0
------------------	---

ОСМИЧНА БРОЙНА СИСТЕМА

За обратното на тази бройна система се използват числата от 0 до 7. Съкращението ѝ е ОСТ (от *Octal* - осмичен). Превръщането на число от десетична в осмична бройна система става аналогично на превръщането от десетична в двоична, но за основа се взема числото 8 и вместо да се дели (умножава) на две - се дели (умножава) на 8.

Пример:

Да се превърне числото 57_{10} в осмична бройна система.

Записваме резултата обратно на получаването му: $57_{10} = 71_8$	цяло число	Остатък
--	------------	---------

Да се превърне числото $57,25_{10}$ в осмична бройна система

$7 : 8 = 0$	7
-------------	---

Резултатът се записва в реда на получаването му: $57,25_{10} = 71,2_8$

	дробно число	Остатък
--	--------------	---------

Превръщане от осмична в двоична бройна система

Превръщането става като всяко едно от числата в осмична бройна система се превърне в триади (триадата е поредица от три бита) в двоично число, като се използва таблицата в началото на документа. Казаното до тук предполагам, че не Ви е ясно и ще разгледаме следният пример.

Пример:

Да се превърне числото 57 от осмична в двоична бройна система.

Правим следното нещо: от горната таблица превръщаме числата в триади - 5 ->

101; 7 -> 111. Забележете, че не се взимат всичките четири бита от числото в двоичен код, а само последните три бита, без най-старшия. Събираме двете части на числото и се получава резултатът: $57_8 = 101111_2$.

Превръщане от двоична в осмична бройна система

Това превръщане става по обратния начин - двоичното число се разделя на триади (от дясно на ляво) и от таблицата се записват съответните осмични числа. Ако в началото на двоичното число битовете не стигат, за да образуват триада, то се попълват с нули.

Пример:

Да се превърне числото 1011110 от двоична в осмична бройна система.

Разделяме числото на триади:

1 | 011 | 110

Тъй като от пред не стигат числата за образуване на триада, то там се попълват нули:

001 | 011 | 110

Отделната триада се превръща в съответното число в осмичен код, посредством таблицата за бройните системи в началото на документа. Ето и съответните

стойности: 001 --> 1; 011 ---> 3 и 110 ----> 6. Сглобяват се получените цифри и се получава числото в осмична бройна система: $1011110_2 = 136_8$.

ШЕСТНАДЕСЕТИЧНА БРОЙНА СИСТЕМА

За образуването на тази бройна система се използват числата от 0 до 9 и буквите A, B, C, D, E и F. Съкращението ѝ е HEX (от Hexadecimal - шестнадесетичен). Превръщането на число от десетична в шестнадесетична бройна система става аналогично на превръщането от десетична в двоична, но за основа се взема числото 16 и вместо да се дели (умножава) на две - се дели (умножава) на 16.

Пример:

Да се превърне числото 57_{10} в шестнадесетична бройна система.

Записваме резултата обратно на получаването му; $57_{10} = 39_{16}$	цяло число	Остатък
---	------------	---------

Да се превърне числото $57,25_{10}$ в шестнадесетична бройна система.

$57 : 16 = 3$	9
Резултатът се записва в реда на получаването му: $57,25_{10} = 39,4_{16}$	Остатък

Превръщане от шестнадесетична в двоична бройна система

Това превръщане става аналогично на осмично-двоичното преобразуване, само, че тук се използват тетради вместо триади (тетрадата е поредица от четири бита в двоичен код). Значи какво правим: всяка една цифра или буква от шестнадесетичното число се превръщат в тетради в двоично число, като се използва таблицата в началото на документа. Получените тетради се сглобяват и се получава двоичното число.

Пример:

Да се превърне шестнадесетичното число F31 в двоично.

Значи следваме алгоритъма: всяко едно от числата /буквите/ го превръщаме в тетради - F ----> 1111; 3 ----> 0011; 1 ----> 0001. Сглобяваме получените тетради и получаваме двоичното число: $F31_{16} = 111100110001_2$.

Превръщане от двоична в шестнадесетична бройна система

Превръщането от двоична в шестнадесетична бройна система става обратно на шестнадесетично-двоичното преобразуване: числото в двоичен код се разделя на тетради (от дясно на ляво), ако отпред не стигат цифри се допълват нули, и съответните тетради се превръщат в шестнадесетични символи, пак с помощта на горната таблица. Сглобяват се получените шестнадесетични символи и се получава съответното шестнадесетично число.

Пример:

Да се превърне числото 10110111101 от двоично в шестнадесетично. Разделяме числото на тетради:

101 | 1011 | 1101 От пред се допълва една нула, за да се образува

тетрада:

0101 | 1011 | 1101

Съответните тетради се превръщат в шестнадесетични символи: 0101 ----> 5; 1011 ---->

B; 1101 ----> D. Сглобяват се шестнадесетичните символи и се получава шестнадесетичното число:

$10110111101_2 = 5BD_{16}$

ПРАВ, ОБРАТЕН И ДОПЪЛНИТЕЛЕН КОД

Правия, обратния и допълнителния код се отнасят за числа в двоична бройна система, така че ако искате да представите число в обратен или допълнителен код, то първо трябва да го превърнете в двоично.

Прав код

Прав код е самото число представено в двоична бройна система, като най-старшият му бит (този най-вляво) е знаковия бит, а останалите са самата стойност на числото. Прав код е:

знаков бит 9 бит 8 бит 7 бит 6 бит 5 бит 4 бит 3 бит 2 бит 1 бит 0

1 001110101 0

Обратен код

Обратният код се получава като се инвертират всички битове на правия код, освен знаковия. Пример:

знаковбит 9 бит 8 бит 7 бит 6 бит 5 бит 4 бит 3 бит 2 бит 1 бит 0 бит

1 110001010 1

Допълнителен код

Той се получава като към обратния код на числото се прибави "1". Тоест

10011101010 Прав код 11100010101 Обратен код + 1

11100010110 Допълнителен код

Допълнителният код се използва в двоичната аритметика при изваждане на числа със знак. Реално числата не се изваждат, а умалителят се представя в допълнителен код и се прибавя към умаляемото. Този алгоритъм се използва в микропроцесорите.

ДВОИЧНО ДЕСЕТИЧЕН КОД

Съкращението на този код е BCD (Binary Coded Decimal), тоест двоично кодирано десетично число. При двоично десетичния код всяка една от десетичните цифри се кодира с една тетрада (поредица от четири бита в двоичен код), като всеки разряд има определено тегло: 8, 4, 2, 1. Тетрадите се взимат от таблицата в началото на документа. Пример:

Да се представи числото 91 в BCD код.

9 -> 1001, 1 -> 0001 следователно числото 91 = 10010001 в BCD код.

Така кодирано числото не е в двоичен код, а в смесен двоично десетичен код (BCD код). Ако искаме да превърнем числото от десетичен в двоичен код, то трябва да се спазва алгоритъмът, описан по-горе